

Resolução do Exame de Análise de Circuitos

(época normal)

22/JAN/2005

1. A figura 1 a) mostra o circuito equivalente para o cálculo da corrente de

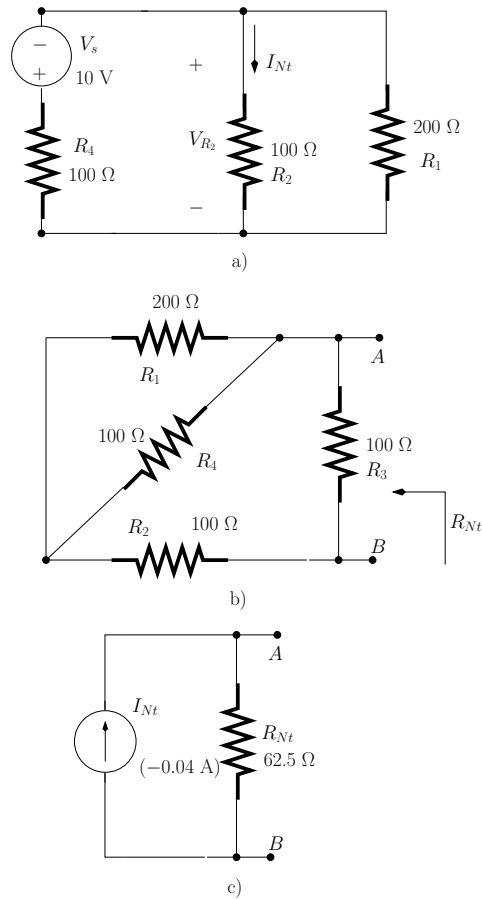


Figura 1: *Problema 1.*

Norton I_{Nt} . Note que R_3 está em curto-circuito pelo que a sua presença no circuito é ignorada. Para este circuito escrevemos:

$$\begin{aligned}
 V_{R_2} &= -\frac{R_2 || R_1}{(R_2 || R_1) + R_4} V_s \\
 &= -4 \text{ V} \\
 I_{Nt} &= \frac{V_{R_2}}{R_2} \\
 &= -0.04 \text{ A}
 \end{aligned}$$

A figura 2 b) mostra o circuito equivalente para o cálculo da resistência de Norton R_{Nt} . Desta figura observamos que a resistência entre os pontos A e B é

$$\begin{aligned} R_{Nt} &= [(R_1 || R_4) + R_2] || R_3 \\ &= 62.5 \, \Omega \end{aligned}$$

A figura 1 c) mostra o circuito equivalente de Norton.

2. Resolvemos este problema usando notação fasorial.

(a) Cálculo dos parâmetros ABCD

- i. A figura 2 a) mostra o circuito equivalente para o cálculo de A_{11} . Este parâmetro é definido como se segue:

$$A_{11} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

A tensão V_2 é dada por:

$$V_2 = G_m R_o V_\pi$$

Note que $V_1 = V_\pi$. O parâmetro A_{11} pode ser expresso da seguinte forma:

$$A_{11} = \frac{1}{G_m R_o}$$

- ii. A figura 2 b) mostra o circuito equivalente para o cálculo de A_{12} dado por:

$$A_{12} = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$

A corrente $-I_2$ é dada por:

$$-I_2 = G_m V_\pi \quad (1)$$

A tensão $V_1 = V_\pi$. O parâmetro A_{12} pode ser expresso da seguinte forma:

$$A_{12} = \frac{1}{G_m}$$

- iii. A figura 2 c) mostra o circuito equivalente para o cálculo de A_{21} que é definido de acordo com a fórmula seguinte:

$$A_{21} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

A tensão V_2 é dada por:

$$V_2 = G_m R_o V_\pi \quad (2)$$

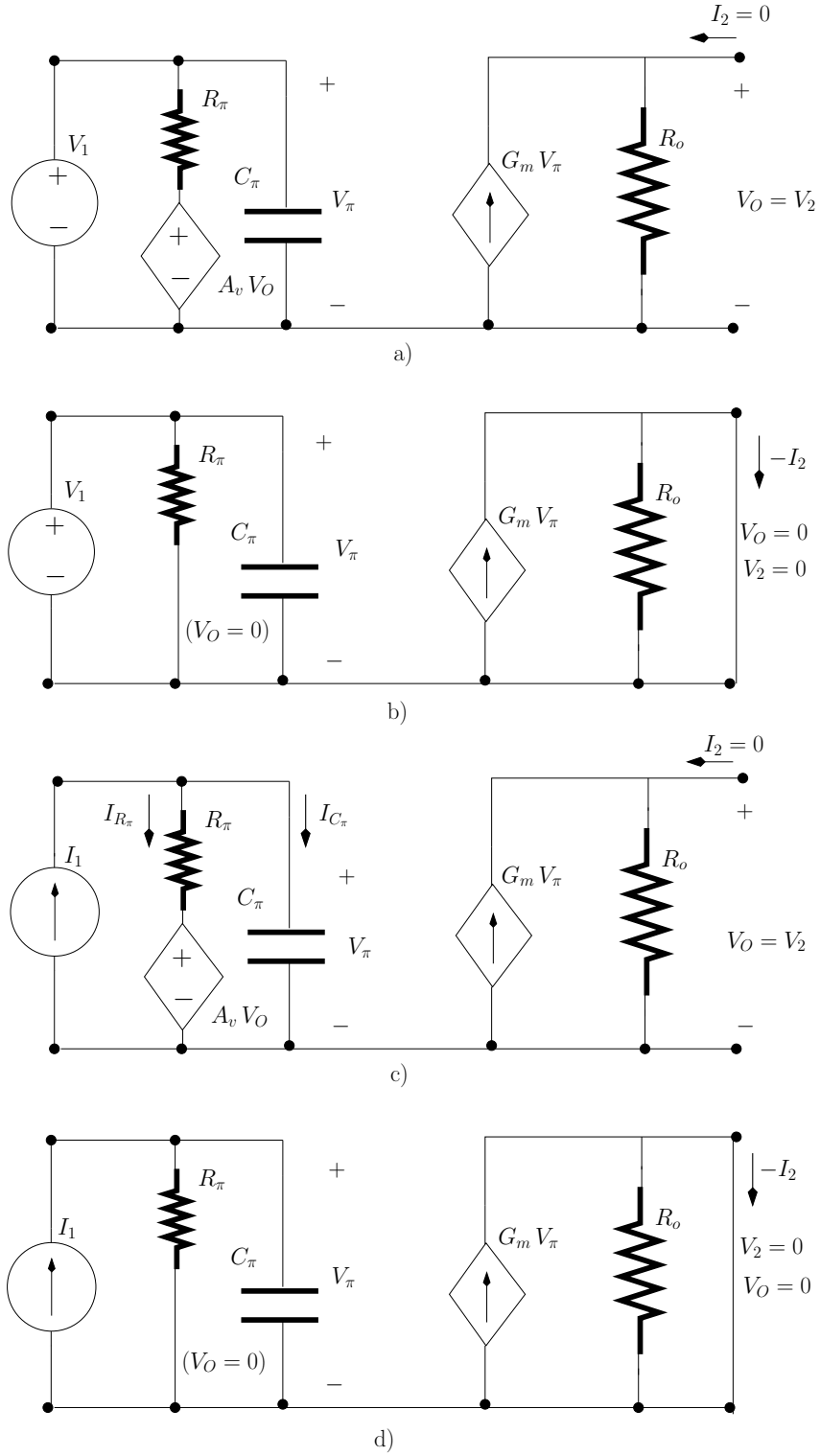


Figura 2: Circuito equivalente para o cálculo de: a) A_{11} ; b) A_{12} ; c) A_{21} ; d) A_{22} .

A corrente I_1 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$I_1 = I_{R_\pi} + I_{C_\pi}$$

ou seja:

$$I_1 = \frac{V_\pi - A_v V_2}{R_\pi} + j \omega C_\pi V_\pi$$

Onde $V_\pi - A_v V_2$ é a tensão ao terminais de R_π . Usando o resultado da eq. 2 podemos escrever a equação anterior da seguinte forma:

$$I_1 = V_\pi \frac{1 - A_v G_m R_o + j \omega C_\pi R_\pi}{R_\pi}$$

A_{21} pode ser expresso da seguinte forma:

$$A_{21} = \frac{1 - A_v G_m R_o + j \omega C_\pi R_\pi}{R_\pi G_m R_o}$$

iv. A figura 2 d) mostra o circuito equivalente para o cálculo de A_{22} :

$$A_{22} = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$

A corrente $-I_2$ é dada por:

$$-I_2 = G_m V_\pi$$

A corrente I_1 pode ser relacionada com V_π da seguinte forma:

$$I_1 = \frac{1 + j \omega C_\pi R_\pi}{R_\pi} V_\pi$$

e finalmente temos que

$$A_{22} = \frac{1 + j \omega C_\pi R_\pi}{G_m R_\pi}$$

(b) O ganho de trans-impedância, $R_m(\omega)$, pode ser obtido calculando $1/A_{21}$ ou seja:

$$\begin{aligned} R_m(\omega) &= \frac{R_\pi G_m R_o}{1 - A_v G_m R_o + j \omega C_\pi R_\pi} \\ &= \frac{R_\pi G_m R_o}{1 - A_v G_m R_o} \times \frac{1}{1 + j \omega C_\pi \frac{R_\pi}{1 - A_v G_m R_o}} \end{aligned}$$

o ganho a baixas frequências ($\omega \rightarrow 0$) é dado por:

$$\begin{aligned} R_m(\omega \rightarrow 0) &= \frac{R_\pi G_m R_o}{1 - A_v G_m R_o} \\ &= 19.6 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

- (c) A frequência (angular) de corte, ω_c , pode ser calculada através da seguinte equação:

$$|R_m(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{R_\pi G_m R_o}{1 - A_v G_m R_o}$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega_c C_\pi \frac{R_\pi}{1 - A_v G_m R_o} \right)^2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow \omega_c &= \frac{1 - A_v G_m R_o}{C_\pi R_\pi} \\ \Leftrightarrow \omega_c &= 12.8 \text{ Mrad/s} \end{aligned}$$

3. Resolvemos este problema usando notação fasorial. A figura 3 b) mostra o circuito equivalente de Thévenin. Deste circuito podemos inferir que Z_{Load} deve ser igual a Z_{Th}^* para que haja máxima transferência de potência. A Figura 3 c) mostra o circuito equivalent para o cálculo de Z_{Th} . Note que V_S foi substituído por um curto-circuito e que I_S foi substituído por um circuito aberto. Deste circuito observamos que:

$$\begin{aligned} Z_{Th} &= Z_L \parallel [R_2 + (R_1 \parallel Z_C)] \\ &= 236.5 + j 421.8 \ \Omega \end{aligned}$$

em que $Z_L = j 500 \ \Omega$ e $Z_C = -j 200 \ \Omega$. $Z_{Load} = 236.5 - j 421.8 \ \Omega$.

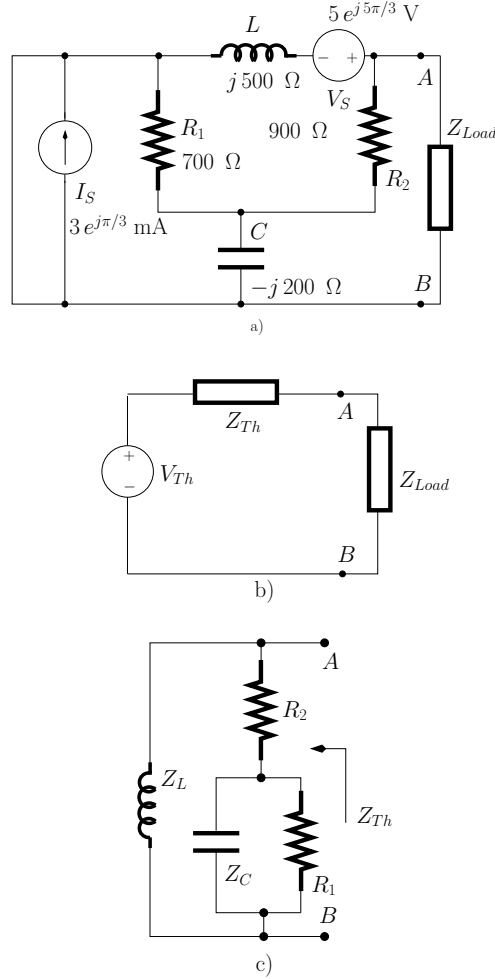


Figura 3: a) *Circuito AC.* b) *Circuito equivalente de Thévenin.* c) *Circuito equivalente para o cálculo de Z_{Th} .*