

**Resolução do exame de Análise de Circuitos**  
(época normal 2006/2007)

1. A figura 1 mostra o circuito do problema 1. Dado que  $R_4 + R_2 = R_5 + R_3 = 10 \text{ k}\Omega$  a corrente  $I_x$  divide-se igualmente por estes dois conjuntos de resistências, ou seja,  $I_{R_4} = -0.5 \text{ mA}$ . Por outro lado,  $I_{R_6} = I_x$ . Aplicando a lei dos Nós ao nó  $A$  temos que  $I' = 0$ . Assim, a corrente  $I_{R_{10}} = 0$ . A tensão em  $R_{12}$  pode ser calculada através da

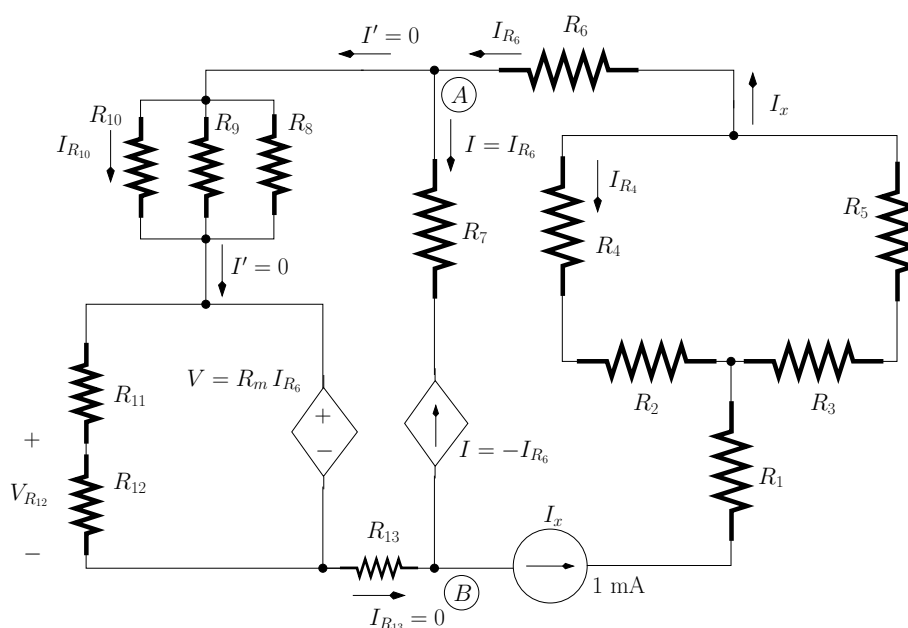


Figura 1: *Circuito do problema 1.*

expressão para um divisor de tensão:

$$\begin{aligned} V_{R_{12}} &= \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{11}} R_m I_x \\ &= 50 \text{ mV} \end{aligned} \quad (1)$$

Aplicando a lei dos Nós ao nó  $B$  temos que corrente  $I_{R_{13}} = 0$ , ou seja a potência dissipada em  $R_{13}$  é nula.

- (a) Resposta: (iii)
- (b) Resposta: (vii)

(c) Resposta: (v)

(d) Resposta: (vii)

2. A figura 2 a) mostra o circuito equivalente para o cálculo de  $Z_{11}$  e  $Z_{21}$

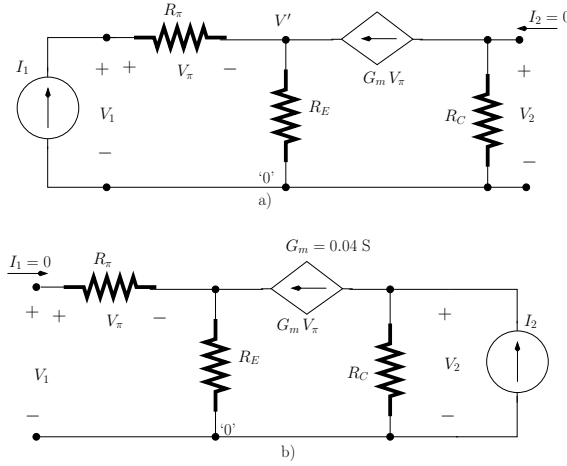


Figura 2: Circuito equivalente para o cálculo de: a)  $Z_{11}$  e  $Z_{21}$ . b)  $Z_{12}$  e  $Z_{22}$ .

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

Para este circuito podemos escrever:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_\pi + V' \\ &= V_\pi + R_E \left( G_m V_\pi + \frac{V_\pi}{R_\pi} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$V_2 = -G_m V_\pi R_C \quad (3)$$

e ainda

$$V_\pi = R_\pi I_1 \quad (4)$$

Substituindo (4) em (2) e em (3) temos

$$V_1 = I_1 R_\pi + R_E I_1 (G_m R_\pi + 1) \quad (5)$$

$$V_2 = -G_m I_1 R_\pi R_C \quad (6)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = R_\pi + R_E (G_m R_\pi + 1) = 10.1 \text{ k}\Omega \\ Z_{21} &= \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = G_m R_\pi R_C = 80 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

A figura 2 b) mostra o circuito equivalente para o cálculo de  $Z_{12}$  e  $Z_{22}$ :

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \\ Z_{22} &= \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \end{aligned}$$

Dado que não flui corrente em  $R_\pi$  então  $V_\pi = 0$  e a fonte de corrente controlada por  $V_\pi$  é efectivamente um circuito aberto. Assim temos que:

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = 0 \\ Z_{22} &= \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = R_C = 1 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

- (a) Resposta: (ii)
- (b) Resposta: (vi)
- (c) Resposta: (iV)
- (d) Resposta: (v)

3. A figura 3 a) mostra o circuito equivalente para  $t < 0$ . A bobina representa efectivamente um curto-circuito e a corrente  $i_L(t)$  pode ser calculada através da fórmula do divisor de corrente:

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{R'}{R' + R} I_s \\ &= 3.3 \text{ mA} \end{aligned}$$

A figura 3 b) mostra o circuito equivalente para  $0 \leq t < t_o$ .  $i_L(t)$  é dada por (ver resolução da folha de exercícios N° 9):

$$i_L(t) = I_{lo} e^{-t/\tau}, \quad 0 \leq t < t_o$$

em que  $I_{lo} = 3.3 \text{ mA}$  e  $\tau = L/R = 5 \text{ }\mu\text{s}$ .

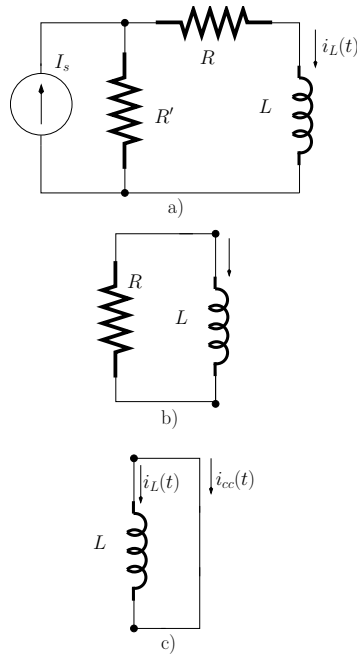


Figura 3: *Circuito equivalente para: a)  $t < 0$ . b)  $0 \leq t < t_o$ . c)  $t \geq t_o$ .*

A figura 3 c) mostra o circuito equivalente para  $t \geq t_o$ . Dado que a corrente de uma bobina não pode variar bruscamente,  $i_L(t)$  para  $t = t_o$  é dada por:

$$i_L(t_o) = I_{lo} e^{-t_o/\tau} = 1.2 \text{ mA}$$

Para  $t \geq t_o$  não há qualquer elemento dissipativo no circuito e a corrente  $i_L(t) = -i_{cc}(t) = 1.2 \text{ mA}$ . Assim, a energia armazenada na bobina, para  $t \geq t_o$  (e consequentemente para  $t = 2t_o$ ) é

$$\begin{aligned} E_L &= \frac{1}{2} L i_L^2(t), \quad t \geq t_o \\ &\simeq 7 \times 10^{-10} \text{ Joules} \end{aligned}$$

A figura 4 mostra a corrente  $i_L(t)$  em função do tempo (não é pedido no exame).

(a) Resposta: (i)

(b) Resposta: (iii)

(c) Resposta: (ii)

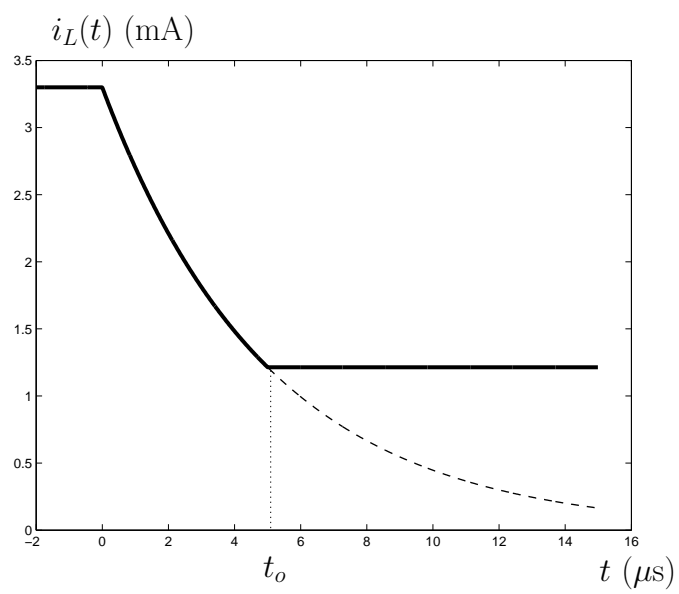


Figura 4: Corrente  $i_L(t)$  em função do tempo.