

Resolução da Folha de exercícios N.º 6

1. Resolvemos os circuitos deste problema usando a notação fasorial.

• *Circuito a)*:

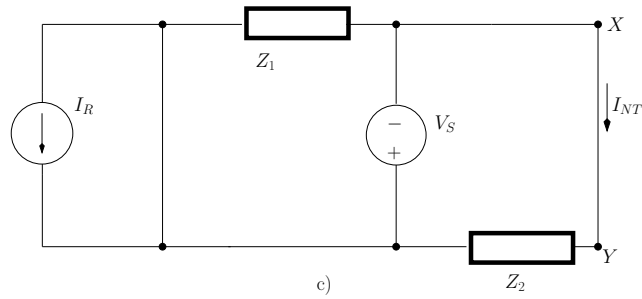
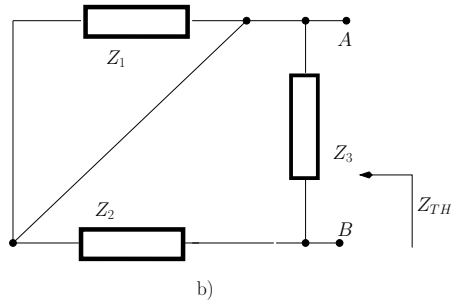
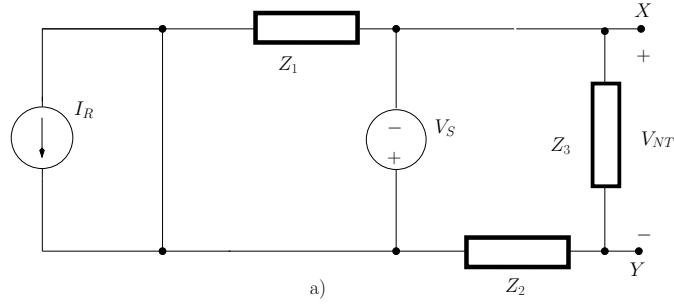


Figura 1: *Circuito (a) do problema 1. a) Circuito equivalente para o cálculo de V_{TH} . b) Circuito equivalente para o cálculo de Z_{TH} . c) Circuito equivalente para o cálculo de I_{NT}*

– a) A figura 1 a) mostra o circuito equivalente para o cálculo da tensão de Thévenin. Esta pode ser calculada do seguinte modo:

$$\begin{aligned} V_{TH} &= -\frac{Z_3}{Z_3 + Z_2} V_S \\ &= 3.54 e^{j\pi/2} \text{ V} \end{aligned}$$

A figura 2 b) mostra o circuito equivalente para o cálculo da impedância de Thévenin:

$$Z_{TH} = \frac{Z_3 Z_2}{Z_3 + Z_2}$$

$$= 25 + j75 \, \Omega$$

- b) A figura 1 c) mostra o circuito equivalente para o cálculo da corrente de Norton:

$$\begin{aligned} I_{NT} &= -\frac{V_S}{Z_2} \\ &= 44.7 e^{-j2.82} \text{ mA} \end{aligned}$$

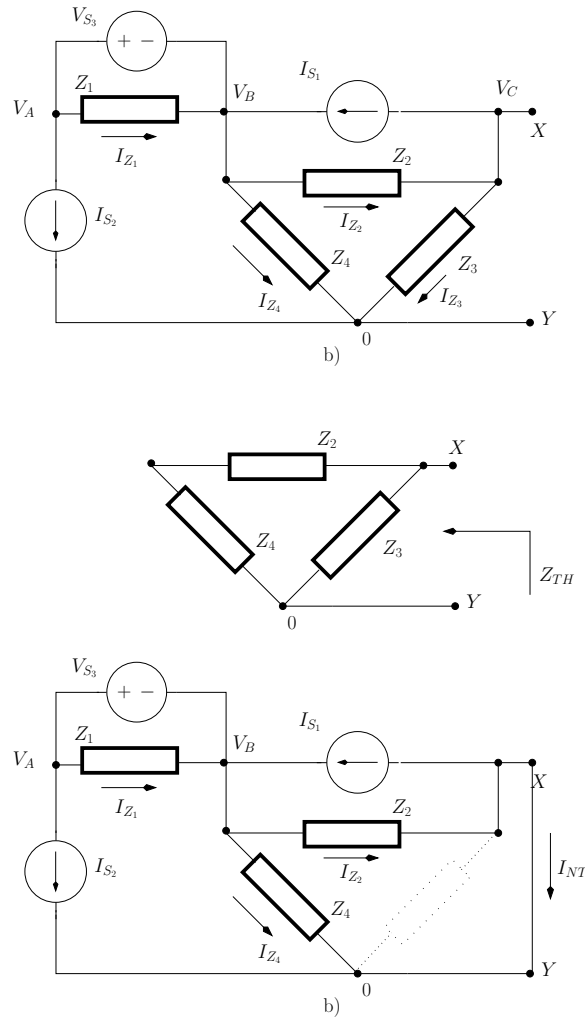


Figura 2: Circuito (b) do problema 1. a) Circuito equivalente para o cálculo de V_{TH} . b) Circuito equivalente para o cálculo de Z_{TH} . c) Circuito equivalente para o cálculo de I_{NT}

• Circuito b):

- a) A figura 2 a) mostra o circuito equivalente para o cálculo da tensão de Thévenin. Para este circuito podemos escrever as

seguintes equações:

$$\begin{cases} V_A - V_B = V_{S_3} \\ I_{S_2} + I_{Z_4} + I_{Z_3} = 0 \\ I_{S_1} + I_{Z_3} = I_{Z_2} \end{cases} \quad (1)$$

ou seja,

$$\begin{cases} V_A - V_B = V_{S_3} \\ I_{S_2} + \frac{V_B}{Z_4} + \frac{V_C}{Z_3} = 0 \\ I_{S_1} + \frac{V_C}{Z_3} = \frac{V_B - V_C}{Z_2} \end{cases} \quad (2)$$

Resolvendo em ordem a V_C temos:

$$\begin{aligned} V_C &= -Z_3 \frac{Z_2 I_{S_1} + Z_4 I_{S_2}}{Z_2 + Z_4 + Z_3} \\ &= 2.3 e^{-j0.18} \text{ V} \end{aligned}$$

Note que $V_{TH} = V_C$.

A figura 2 b) mostra o circuito equivalente para o cálculo da impedância de Thévenin:

$$\begin{aligned} Z_{TH} &= Z_3 || (Z_2 + Z_4) \\ &= 164.4 + j 48.7 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

- b) A figura 1 b) mostra o circuito equivalente para o cálculo da corrente de Norton. Para este circuito podemos escrever:

$$\begin{cases} V_A - V_B = V_{S_3} \\ I_{S_2} + \frac{V_B}{Z_4} + \frac{V_B}{Z_2} = I_{S_1} \\ I_{NT} = -I_{S_1} + \frac{V_B}{Z_2} \end{cases} \quad (3)$$

Resolvendo o sistema de equações por forma a obtermos I_{NT} podemos escrever:

$$\begin{aligned} I_{NT} &= -\frac{Z_2 I_{S_1} + Z_4 I_{S_2}}{Z_2 + Z_4} \\ &= 13.4 e^{-j0.46} \text{ mA} \end{aligned}$$

2. Resolvemos os circuitos deste problema usando a notação fasorial.

• *Circuito a):*

- *Contribuição de V_X :* A figura 3 a) mostra o circuito equivalente para o cálculo da contribuição de V_X para V_{R_2} . Para este circuito podemos escrever:

$$\begin{aligned} V_{R_2} &= (-A_v + 1) V_X \\ &= 790 e^{-j\pi} \text{ V} \end{aligned}$$

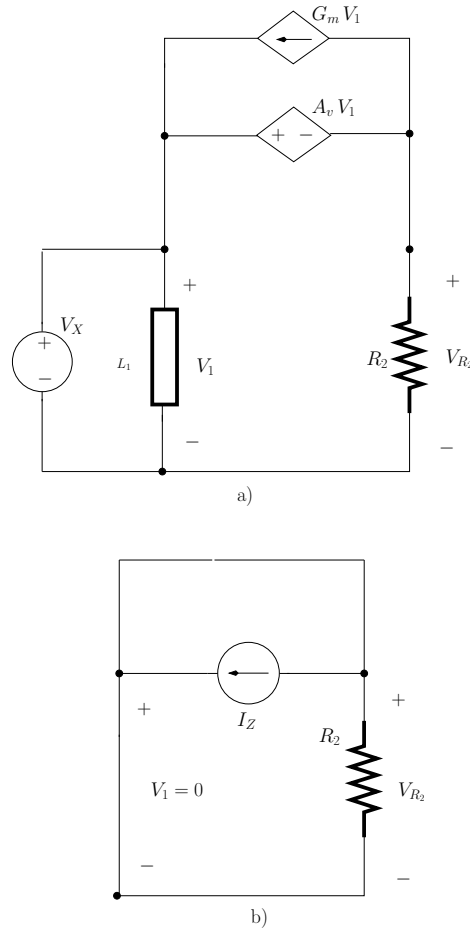


Figura 3: Circuitos equivalentes para calcular V_{R_2} . a) Contribuição de V_X . b) Contribuição de I_Z

- *Contribuição de I_Z* : A figura 3 b) mostra o circuito equivalente para o cálculo da contribuição de I_Z para V_{R_2} . Deste circuito observamos que a tensão aos terminais de R_2 é nula.

A potência média dissipada em R_2 é dada por:

$$\begin{aligned} P_{R_2} &= \frac{|V_{R_2}|^2}{2 R_2} \\ &= 1.6 \text{ kW} \end{aligned}$$

- *Circuito b)*:

- *Contribuição de V_X* : A figura 4 a) mostra o circuito equivalente para o cálculo desta contribuição. Para este circuito podemos calcular V_{R_2} usando a fórmula do divisor de tensão:

$$\begin{aligned} V_{R_2} &= \frac{R_2}{R_1 + R_2 + Z_{L_1}} V_X \\ &= 9.0 e^{-j 0.14} \end{aligned}$$

em que

$$\begin{aligned} Z_{L_1} &= j 2 \pi f_1 L_1 \\ &= j 30.2 \, \Omega \end{aligned}$$

e a potência média dissipada em R_2 é:

$$\begin{aligned} P_{R_2} &= \frac{|V_{R_2}|^2}{2 R_2} \\ &= 202.8 \text{ mW} \end{aligned}$$

- *Contribuição de V_Y* : A figura 4 b) mostra o circuito equivalente para o cálculo desta contribuição que é nula.
- *Contribuição de I_Z* : A figura 4 c) mostra o circuito equivalente para o cálculo desta contribuição. Usando o conceito de divisor de corrente podemos escrever:

$$I_{R_2} = (A_i I_Z + G_m V_B) \frac{R_1}{R_1 + R_2 + Z_{L_1}} \quad (4)$$

em que Z_{L_1} é agora dado por:

$$\begin{aligned} Z_{L_1} &= j 2 \pi f_2 L_1 \\ &= j 37.7 \, \Omega \end{aligned}$$

Por outro lado sabemos que:

$$V_B = Z_{C_3} I_Z$$

Usando este resultado na equação 4 podemos calcular I_{R_2} :

$$I_{R_2} = 0.1 e^{j 0.46} \text{ A}$$

V_{R_2} pode ser obtido através da expressão

$$\begin{aligned} V_{R_2} &= I_{R_2} R_2 \\ &= 20 e^{j 0.46} \text{ V} \end{aligned}$$

e a potência média dissipada em R_2 é:

$$\begin{aligned} P_{R_2} &= \frac{|V_{R_2}|^2}{2 R_2} \\ &= 1 \text{ W} \end{aligned}$$

A potência média total dissipada em R_2 é 1.2 W.

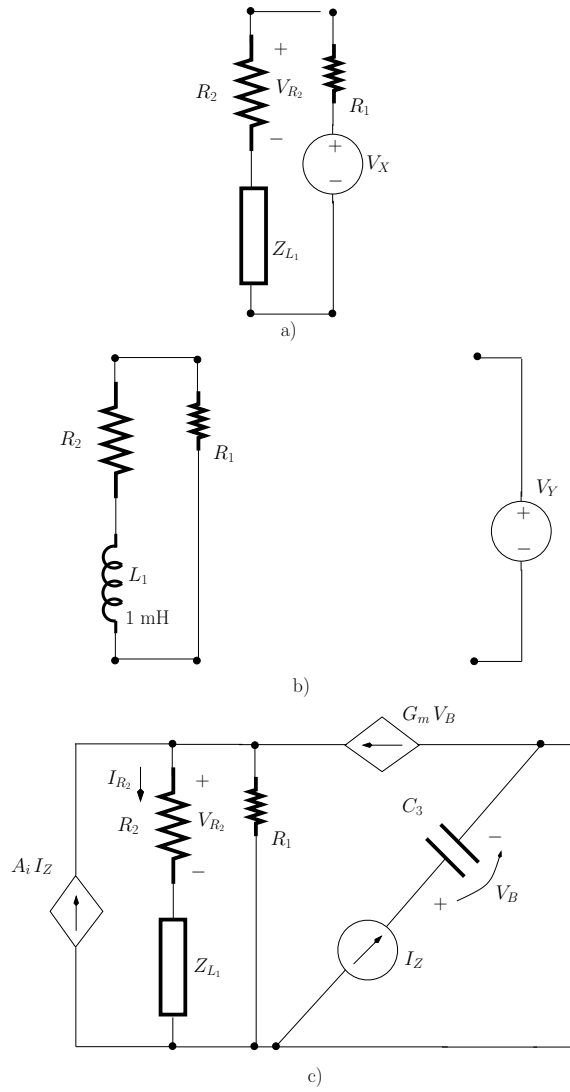


Figura 4: Circuitos equivalentes para calcular V_{R_2} . a) Contribuição de V_X . b) Contribuição de V_Y . c) Contribuição de I_Z